Databases 1, Huiswerk 3

1. Bewijs de correctheid en niet-overbodigheid van de volgende regels voor simple inclusion dependencies:

   SID1: Voor elk attribuut A van R geldt $A \sqsubseteq A$.

   SID2: Als $A \sqsubseteq B$ en $B \sqsubseteq C$ dan $A \sqsubseteq C$.

   Correctheid SID1:
   $A \sqsubseteq A$ betekent $\forall t_1 \in r \exists t_2 \in r : t_1[A] = t_2[A]$. Dit kan inderdaad altijd waar gemaakt worden door voor t_2 gewoon t_1 te nemen.

   Correctheid SID2:
   Stel dat $A \sqsubseteq B$ en $B \sqsubseteq C$ gelden. Dan $\forall t_1 \in r \exists t_2 \in r : t_1[A] = t_2[B]$, maar ook $\forall t_2 \in r \exists t_3 \in r : t_2[B] = t_3[C]$.
   Dus $\forall t_1 \in r \exists t_3 \in r : t_1[A] = t_3[C]$ en dat is $A \sqsubseteq C$.

   Niet-overbodigheid SID1:
   Neem $R = \{A\}$ (één attribuut), en $S = \emptyset$ (lege verzameling SIDs). Dan is $S^+_{\text{SID2}} = \emptyset$ en $S^+ = \{A \sqsubseteq A\}$.

   Niet-overbodigheid SID2:
   Neem $R = \{A, B, C\}$ en $S = \{A \sqsubseteq B \ , \ B \sqsubseteq C\}$ $S^+_{\text{SID1}} = \{A \sqsubseteq A \ , \ B \sqsubseteq B \ , \ C \sqsubseteq C \ , \ A \sqsubseteq B \ , \ B \sqsubseteq C\}$ en
   $S^+ = \{A \sqsubseteq A \ , \ B \sqsubseteq B \ , \ C \sqsubseteq C \ , \ A \sqsubseteq B \ , \ B \sqsubseteq C \ , \ A \sqsubseteq C\}$.

2. Bewijs de correctheid en niet-overbodigheid van de volgende regels voor inclusion dependencies:

   ID1: Voor elke lijst attributen X van R geldt $X \sqsubseteq X$.

   ID2: Stel dat $(A_1, \ldots, A_n) \sqsubseteq (B_1, \ldots, B_n)$ geldt in R. Stel dat voor $j \in \{1, \ldots, k\}$ $i_j \in \{1, \ldots, n\}$, dan geldt $(A_{i_1}, \ldots, A_{i_k}) \sqsubseteq (B_{i_1}, \ldots, B_{i_k})$.

   ID3: Als $X \sqsubseteq Y$ en $Y \sqsubseteq Z$ dan $X \sqsubseteq Z$.

   Correctheid ID1:
   $X \sqsubseteq X$ betekent $\forall t_1 \in r \exists t_2 \in r : t_1[X] = t_2[X]$. Dit kan inderdaad altijd waar gemaakt worden door voor t_2 gewoon t_1 te nemen.

   Correctheid ID2:
   Stel dat $(A_1, \ldots, A_n) \sqsubseteq (B_1, \ldots, B_n)$ geldt in R. Dan geldt dat $\forall t_1 \in r \exists t_2 \in r : t_1[A_1, \ldots, A_n] = t_2[B_1, \ldots, B_n]$. Stel dat voor $j \in \{1, \ldots, k\}$ $i_j \in \{1, \ldots, n\}$, dan geldt dat $\forall t_1 \in r \exists t_2 \in r : t_1[A_{i_1}, \ldots, A_{i_k}] = t_2[B_{i_1}, \ldots, B_{i_k}]$ wanneer we bij elke t_1 namelijk dezelfde t_2 kiezen als voor $(A_1, \ldots, A_n) \sqsubseteq (B_1, \ldots, B_n)$.

   Correctheid ID3:
   Stel dat $X \sqsubseteq Y$ en $Y \sqsubseteq Z$ gelden. Dan $\forall t_1 \in r \exists t_2 \in r : t_1[X] = t_2[Y]$, maar ook $\forall t_2 \in r \exists t_3 \in r : t_2[Y] = t_3[Z]$.
   Dus $\forall t_1 \in r \exists t_3 \in r : t_1[X] = t_3[Z]$ en dat is $X \sqsubseteq Z$.

   Niet-overbodigheid ID1:
   Neem $R = \{\emptyset\}$ (dus geen attributen), en $S = \emptyset$ (lege verzameling SIDs). Dan is $S^+_{\text{ID2,ID3}} = \emptyset$ en $S^+ = \{\emptyset \sqsubseteq \emptyset\}$.

Niet-overbodigheid ID2:
Neem $R = \{A, B\}$ en $I = \{(A, B) \sqsubseteq (A, A)\}$.
Dan bevat $I^+_{\text{ID1,ID3}}$ niet $(B) \sqsubseteq (A)$ en I^+ wel. (ID2 is nodig om een inclusion dependency met een kleiner of groter aantal attributen af te leiden.)

Niet-overbodigheid ID3:
Neem $R = \{A, B, C\}$ en $I = \{(A) \sqsubseteq (B)\ ,\ (B) \sqsubseteq (C)\}$.
$I^+_{\text{ID1,ID2}}$ bevat niet $(A) \sqsubseteq (C)$ en I^+ wel.
(De verzamelingen $I^+_{\text{ID1,ID2}}$ en I^+ zijn oneindig groot dus kunnen we ze niet helemaal opschrijven.)

3. De bier vragen zijn beantwoord in de tupel calculus in de uitwerkingen van labsessie 2.