Databases 1, Labsessie 2

1 Functionele Afhankelijkheden

1. Opgave 7.11: closure van $\{A \rightarrow BC, CD \rightarrow E, B \rightarrow D, E \rightarrow A\}$:
   (Niet zeker dat er niet per ongeluk eentje vergeten is het zijn veel fd's.)
   $\{\emptyset \rightarrow \emptyset$,
   $A \rightarrow ABCDE$, $A \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $B \rightarrow BD$, $B \rightarrow$ elke deelverzameling van BD,
   $C \rightarrow C$, $C \rightarrow \emptyset$,
   $D \rightarrow D$, $D \rightarrow \emptyset$,
   $E \rightarrow ABCDE$, $E \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $AB \rightarrow ABCDE$, $AB \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $AC \rightarrow ABCDE$, $AC \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $AD \rightarrow ABCDE$, $AD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $AE \rightarrow ABCDE$, $AE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ABC \rightarrow ABCDE$, $ABC \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ABD \rightarrow ABCDE$, $ABD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ABE \rightarrow ABCDE$, $ABE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ACD \rightarrow ABCDE$, $ACD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ACE \rightarrow ABCDE$, $ACE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ADE \rightarrow ABCDE$, $ADE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ABCD \rightarrow ABCDE$, $ABCD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ABCE \rightarrow ABCDE$, $ABCE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ABDE \rightarrow ABCDE$, $ABDE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $ABCDE \rightarrow ABCDE$, $ABCD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $BC \rightarrow ABCDE$, $BC \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $BD \rightarrow BD$, $BD \rightarrow$ elke deelverzameling van BD (inclusief $\emptyset$),
   $BE \rightarrow ABCDE$, $BE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $CD \rightarrow ABCDE$, $CD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $CE \rightarrow ABCDE$, $CE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $DE \rightarrow ABCDE$, $DE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $BCD \rightarrow ABCDE$, $BCD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $BCE \rightarrow ABCDE$, $BCE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $BCDE \rightarrow ABCDE$, $BCDE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $CD \rightarrow ABCDE$, $CD \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $CE \rightarrow ABCDE$, $CE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $CDE \rightarrow ABCDE$, $CDE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $DE \rightarrow ABCDE$, $DE \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$),
   $E \rightarrow ABCDE$, $E \rightarrow$ elke deelverzameling van $ABCDE$ (inclusief $\emptyset$) $\}$.

2. Maak opgave 7.12
   $B^+ = BD$

3. Maak opgave 7.13
   Wanneer we algoritme van Figuur 7.8 uitvoeren dan moeten we eerst de union rule toepassen waar mogelijk, maar dat is nergens.
   Dan zoeken we naar een overbodig attribuut links of rechts. Zo is er geen.
   Bijgevolg verandert het algoritme helemaal niets. F is gewoon zijn eigen canonical cover.

4. We definiëren "deelverzameling" constraints als volgt :

   (met excuus voor het hergebruik van het symbool dat we eerder voor inclusion dependencies gebruikten)

   Laat X, Y verzamelingen attributen zijn van R. Een *deelverzameling* constraint $Y \sqsubseteq X$ is een constraint die voldaan is in een relation instance r van R als en alleen als voor alle $A \in Y$ en $t_1 \in r$ er een $B \in X$ en $t_2 \in r$ bestaat zodat $t_1(A) = t_2(B)$.

   Met andere woorden, $Y \sqsubseteq X$ betekent dat alle (atomaire) waarden die "onder Y" voorkomen ook "onder X" moeten voorkomen. (Dit staat in contrast met de inclusion dependencies die inclusie van tupelwaarden beperkt en niet van atomaire waarden.)

   Merk op dat wanneer X en Y uit slechts 1 attribuut bestaan een deelverzameling constraint en een simple inclusion dependency hetzelfde zijn.

   Bewijs dat de volgende 3 afleidingsregels correct en niet redundant zijn voor deelverzameling constraints. (Let op het verschil tussen $\subseteq$ en $\sqsubseteq$!!!)

   $(D1)$ $\quad Y \subseteq X \Rightarrow Y \sqsubseteq X$

   Als $Y \subseteq X$ dan is $Y \sqsubseteq X$ voldaan omdat we in de definitie van $Y \sqsubseteq X$ $A = B$ en $t_2 = t_2$ kunnen nemen.

   $(D2)$ $\quad Y \sqsubseteq X$ en Z is een verzameling attributen van $R \Rightarrow YZ \sqsubseteq XZ$

   Als $\forall A \in Y$ en $\forall t_1 \in r$ er een $B \in X$ en $t_2 \in r$ bestaan zodat $t_1(A) = t_2(B)$ dan nemen we voor elke $A \in Y$ deze $B \in X$ en deze $t_2 \in r$ en voor elke $A \in Z$ en $t_1 \in r$ nemen we dezelfde A en dezelfde t_1. (Elke waarde die voorkomt bij YZ komt voor bij Y of Z; de waarden die bij Y voorkomt komt ook bij X voor en elke waarde die bij Z voorkomt komt bij Z voor, dus komt elke waarde voor YZ voor bij XZ.)

   $(D3)$ $\quad \{Y \sqsubseteq X \ , \ Z \sqsubseteq Y\} \Rightarrow Z \sqsubseteq X$

   Als $\forall A \in Z$ en $\forall t_1 \in r$ er een $B \in Y$ is en een $t_2 \in r$ is zodat $t_1(A) = t_2(B)$, en $\forall B \in Y$ en $\forall t_2 \in r$ er een $C \in X$ is en een $t_3 \in r$ is zodat $t_2(B) = t_3(C)$, dan $\forall A \in Z$ en $\forall t_1 \in r$ is er een $C \in Z$ en een $t_3 \in r$ is zodat $t_1(A) = t_3(C)$.

   De regels $D1$, $D2$ en $D3$ zijn syntactisch bijna identiek aan $F1$, $F2$ en $F3$. Als we de volgorde omkeren en $\sqsubseteq$ vervangen door $\rightarrow$ dan krijgen we precies de Armstrong regels. Dus kunnen we de bewijzen voor niet-redundantie letterlijk overnemen van die voor de Armstrong regels.

   Bewijs, door uitsluitend gebruik te maken van deze drie regels, dat de volgende regels eveneens correct zijn :

   $(D4)$ $\quad \{Y \sqsubseteq X \ , \ Z \sqsubseteq X\} \Rightarrow YZ \sqsubseteq X$

   $(D5)$ $\quad \{Y \sqsubseteq X \ , \ Z \sqsubseteq X\} \Rightarrow Y \cap Z \sqsubseteq X$

   $(D6)$ $\quad \{Y \sqsubseteq X \ , \ X \subseteq U \ , \ V \subseteq XY\} \Rightarrow V \sqsubseteq U$

   Deze regels zijn syntactisch identiek aan die voor fd's, dus kunnen we ook hier de bewijzen letterlijk overnemen van die voor fd's.

2 Tupel Calculus

We stellen vragen over de "bier database":
V(d,k): visits(drinker,kroeg); S(k,b): serves(kroeg,bier); L(d,b): likes(drinker,bier)

Vertaal volgende vragen over de bier-database van het Nederlands naar de tupel calculus.

We maken de veronderstellingen dat elke drinker wel iets lust en wel een kroeg bezoekt, dat elke kroeg wel iets schenkt en wel een bezoeker heeft, en dat elk bier wel ergens geschonken wordt en wel door iemand wordt gelust. Bij sommige vragen (zoals 11) mogen we deze veronderstelling duidelijk niet maken.

1: Geef alle drinkers die naar een kroeg gaan die een bier schenkt dat ze lusten.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[d] = t[d] \wedge \exists s \in S\ (s[k] = v[k] \wedge \exists l \in L\ (l[d] = t[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

2: Geef alle drinkers die naar een kroeg gaan die een bier schenkt dat ze niet lusten.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[d] = t[d] \wedge \exists s \in S\ (s[k] = v[k] \wedge \neg\exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

3: Geef alle drinkers die alleen maar naar kroegen gaan die een bier schenken dat ze lusten.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[d] = t[d]) \wedge$
$\forall v \in V\ (v[d] = t[d] \Rightarrow \exists s \in S\ (s[k] = v[k] \wedge \exists l \in L\ (l[d] = t[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$
Merk op dat het eerste deel $(\exists v \in V\ (v[d] = t[d]) \ldots)$ nodig is om de uitdrukking safe te maken.

4: Geef alle drinkers die alleen maar naar kroegen gaan die niets schenken dat ze lusten.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[d] = t[d]) \wedge$
$\forall v \in V\ (v[d] = t[d] \Rightarrow \forall s \in S\ (s[k] = v[k] \Rightarrow \neg\exists l \in L\ (l[d] = t[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

5: Geef alle drinkers die alleen maar naar kroegen gaan die alleen maar bier schenken dat ze lusten.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[d] = t[d]) \wedge$
$\forall v \in V\ (v[d] = t[d] \Rightarrow \forall s \in S\ (s[k] = v[k] \Rightarrow \exists l \in L\ (l[d] = t[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

6: Geef alle drinkers die alle bieren lusten die ergens geschonken worden.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[d] = t[d]) \wedge \forall s \in S\ (\exists l \in L\ (l[d] = t[d] \wedge l[b] = s[b]))\}$

7: Geef alle kroegen die alleen maar bier schenken dat iemand lust die die kroeg bezoekt.
Merk op dat op een verwisseling van tabellen na dit dezelfde vraag is als vraag 3.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[k] = t[k]) \wedge$
$\forall s \in S\ (s[k] = t[k] \Rightarrow \exists v \in V\ (v[k] = t[k] \wedge \exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

8: Geef alle kroegen die alleen maar bier schenken dat iedereen lust die die kroeg bezoekt.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[k] = t[k]) \wedge$
$\forall s \in S\ (s[k] = t[k] \Rightarrow \forall v \in V\ (v[k] = t[k] \Rightarrow \exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

9: Geef alle kroegen die geen enkel bier schenken dat iedereen lust die die kroeg bezoekt.
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[k] = t[k]) \wedge$
$\neg\exists s \in S\ (s[k] = t[k] \wedge \forall v \in V\ (v[k] = t[k] \Rightarrow \exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

10: Geef alle kroegen die geen enkel bier kunnen schenken dat iedereen lust die die kroeg bezoekt.
(Dus: er is geen bier dat iedereen die die kroeg bezoekt ook lust.)
$\{t \mid \exists v \in V\ (v[k] = t[k]) \wedge$
$\neg\exists s \in S\ (s[k] = t = k] \wedge \forall v \in V\ (v[k] = t[k] \Rightarrow \exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

11: Geef alle bieren die in de database voorkomen en die in geen enkele kroeg geschonken worden.
(We mogen hier natuurlijk niet veronderstellen dat elk bier wel ergens geschonken wordt.)
$\{t \mid \exists l \in L\ (l[b] = t[b] \wedge \neg\exists s \in S\ (t[b] = s[b]))\}$

12: Geef alle bieren die in de database voorkomen en die niemand (die in de database voorkomt) lust. (Hier mogen we niet veronderstellen dat elk bier door iemand wordt gelust.)
Op hernoeming van S en L na is dit dezelfde vraag als vraag 11.
$\{t \mid \exists s \in S\ (s[b] = t[b] \wedge \neg\exists l \in L\ (l[b] = t[b]))\}$

13: Geef alle bieren die alleen maar geschonken worden in kroegen waar iemand komt die dat bier lust. Dit is op verwisseling na dezelfde vraag als vraag 3.
$\{t \mid \exists l \in L\ (l[b] = t[b]) \wedge$
$\forall s \in S\ (s[b] = t[b] \Rightarrow \exists v \in V\ (v[k] = s[k] \wedge \exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] = s[b])))\}$

14: Geef alle bieren die geschonken worden in kroegen waar niemand van de bezoekers een ander bier lust (dan de geschonken bieren).
$\{t \mid \exists s \in S\ (s[b] = t[b] \wedge$
$\neg\exists v \in V\ (v[k] = s[k] \wedge \exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] \neq s[b])))\}$

15 Geef alle paren van drinkers die samen naar een kroeg kunnen gaan en allebei een (mogelijk verschillend) bier drinken dat ze lusten.
$\{t \mid \exists l1 \in L\ (\exists l2 \in L\ (l1[d] = t[d1] \wedge l2[d] = t[d2] \wedge$
$\exists s1 \in S\ (\exists s2 \in S\ (s1[k] = s2[k] \wedge s1[b] = l1[b] \wedge s2[b] = l2[b])))))\}$

16: Geef alle paren van drinkers die samen naar een kroeg kunnen gaan en daar allebei een verschillend bier drinken dat ze lusten.
$\{t \mid \exists l1 \in L\ (\exists l2 \in L\ (l1[d] = t[d1] \wedge l2[d] = t[d2] \wedge$
$\exists s1 \in S\ (\exists s2 \in S\ (s1[k] = s2[k] \wedge s1[b] = l1[b] \wedge s2[b] = l2[b] \wedge l1[b] \neq l2[b])))))\}$

17: Geef alle paren van drinkers die niet samen naar een kroeg kunnen gaan en daar allebei een verschillend bier krijgen dat ze lusten.
Dit is het complement van vraag 16, en daarvoor is maar 1 $\neg$ toevoeging nodig.
$\{t \mid \exists l1 \in L\ (\exists l2 \in L\ (l1[d] = t[d1] \wedge l2[d] = t[d2] \wedge$
$\neg\exists s1 \in S\ (\exists s1 \in S\ (s1[k] = s2[k] \wedge s1[b] = l1[b] \wedge s2[b] = l2[b] \wedge l1[b] \neq l2[b])))))\}$

18: Geef alle paren van drinkers die exact dezelfde bieren lusten.
$\{t \mid \exists l1 \in L\ (\exists l2 \in L\ (l1[d] = t[d1] \wedge l2[d] = t[d2] \wedge$
$(\forall l3 \in L\ (l3[d] = l1[d] \Rightarrow \exists l4 \in L\ (l4[d] = l2[d] \wedge l4[b] = l3[b]))) \wedge$
$(\forall l3 \in L\ (l3[d] = l2[d] \Rightarrow \exists l4 \in L\ (l4[d] = l1[d] \wedge l4[b] = l3[b]))))))\}$

19: Geef alle paren van drinkers die in elke kroeg waar ze allebei komen ook allebei een bier kunnen krijgen dat ze lusten.
$\{t \mid \exists l1 \in L\ (\exists l2 \in L\ (l1[d] = t[d1] \wedge l2[d] = t[d2] \wedge$
$\forall v1 \in V\ (\forall v2 \in V\ ((v1[d] = l1[d] \wedge v2[d] = l2[d] \wedge v1[k] = v2[k]) \Rightarrow$
$\exists s1 \in S\ (\exists s2 \in S\ (\exists l3 \in L\ (\exists l4 \in L\ (s1[k] = v1[k] \wedge s2[k] = v2[k] \wedge s1[b] = l3[b] \wedge$
$l3[d] = l1[d] \wedge s2[b] = l4[b] \wedge l4[d] = l2[d]))))))))\}$

20: Geef alle paren van drinkers die in elke kroeg waar ze allebei komen ook allebei eenzelfde bier kunnen krijgen dat ze lusten.
Dit is als vraag 19 maar met slechts 1 geschonken bier in plaats van 2.
$\{t \mid \exists l1 \in L\ (\exists l2 \in L\ (l1[d] = t[d1] \wedge l2[d] = t[d2] \wedge$
$\forall v1 \in V\ (\forall v2 \in V\ ((v1[d] = l1[d] \wedge v2[d] = l2[d] \wedge v1[k] = v2[k]) \Rightarrow$
$\exists s \in S\ (\exists l3 \in L\ (\exists l4 \in L\ (s[k] = v1[k] \wedge s[k] = v2[k] \wedge s[b] = l3[b] \wedge$
$l3[d] = l1[d] \wedge s[b] = l4[b] \wedge l4[d] = l2[d])))))))\}$

21: Geef alle bieren die geschonken worden in kroegen die maar 1 enkel bier schenken en waar niemand komt die nog een ander bier lust.
$\{t \mid \exists s1 \in S\ (s1[b] = t[b] \wedge (\neg\exists s2 \in S\ (s1[k] = s2[k] \wedge s1[b] \neq s2[b])) \wedge$
$\neg\exists v \in V\ (v[k] = s1[k] \wedge \exists l \in L\ (l[d] = v[d] \wedge l[b] \neq s1[b]))))\}$

22: Geef alle drinkers die naar alle kroegen gaan die alle bieren schenken (die ergens geschonken worden).
$\{t \mid \exists v1 \in V\ (t[d] = v1[d] \wedge \forall s1 \in S\ ((\forall s2 \in S\ (\exists s3 \in S\ (s1[k] = s3[k] \wedge s2[b] = s3[b]))$
$\Rightarrow \exists v2 \in V\ (v2[d] = v1[d] \wedge v2[k] = s1[k]))))$

23: Geef alle drinkers die naar alle bars gaan die alle bieren schenken die ze lusten.
$\{t \mid \exists v1 \in V\ (t[d] = v1[d] \wedge \forall s1 \in S\ ((\forall l \in L\ ((l[d] = v1[d] \wedge \exists s2 \in S\ (s1[k] = s2[k] \wedge s2[b] = l[b]))$
$\Rightarrow \exists v2 \in V\ (v2[d] = v1[d] \wedge v2[k] = s1[k]))))))\}$

24: Geef alle drinkers die alle bieren lusten die "Paul De Bra" lust.
$\{t \mid \exists l1 \in L\ (l1[d] = t[d] \wedge$
$\forall l2 \in L\ (l2[d] = \text{"}Paul\ De\ Bra\text{"} \Rightarrow \exists l3 \in L\ (l3[d] = l1[d] \wedge l2[b] = l3[b]))))\}$

25: Geef alle bieren die "Paul De Bra" lust en die geschonken worden in alle kroegen waar "Paul De Bra" komt.
$\{t \mid \exists l \in L\ (l[d] = \text{"}Paul\ De\ Bra\text{"} \wedge l[b] = t[b] \wedge$
$\forall v \in V\ (v[d] = \text{"}Paul\ De\ Bra\text{"} \Rightarrow \exists s \in S\ (s[k] = v[k] \wedge s[b] = l[b]))))\}$